Cpech
EL PREUNIVERSITARIO DE CHILE

Ejercitación Transformaciones isométricas

MATEMÁTICA · MATEMÁTICA · MATEMÁTICA

Mapa conceptual

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

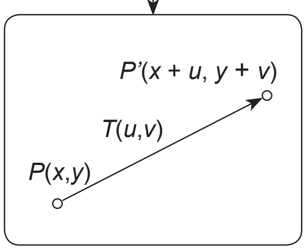
¿Qué son? → Desplazamientos de una figura en el plano, donde no se altera ni su forma ni su tamaño, solo cambia su posición.

Traslación

Movimiento que cambia de posición a una figura.

Ejemplo

Sea $P(x,y)$ trasladado en $T(u,v)$. Entonces,

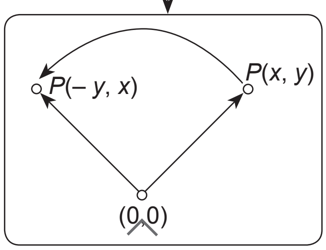


Rotación

Movimiento circular de una figura con respecto a un centro, en un ángulo dado.

Ejemplo

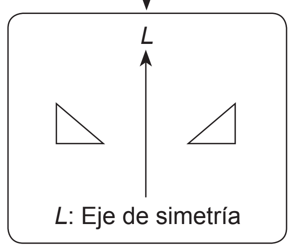
Sea $P(x,y)$ rotado en 90° con respecto al origen. Entonces,



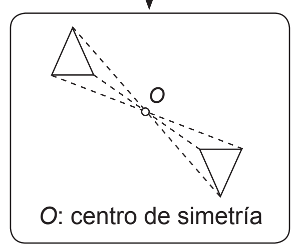
Simetría

Movimiento que aplicado a una figura geométrica produce el efecto de un espejo (refleja la figura).

Simetría axial (reflexión con respecto a un eje)



Simetría central (reflexión con respecto a un punto)



ESCANÉAME

Descubre nuestros videos interactivos

Ejercicios

A continuación, desarrolla los ejercicios, y luego, revisa detalladamente con el Solucionario.

1. Al punto $A(2, -5)$ se le aplica una traslación según un determinado vector, obteniéndose el punto $B(-3, -7)$. Las coordenadas del vector de traslación que llevan al punto desde la posición B hasta la posición A son

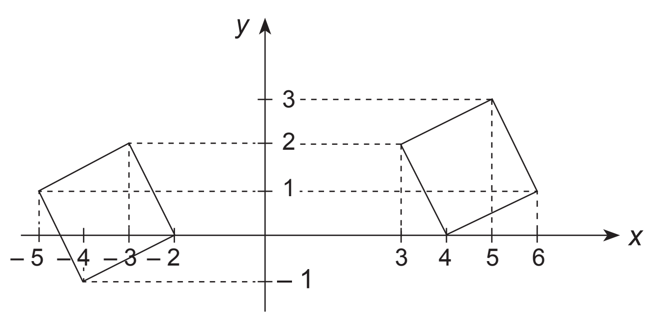
   A) $(-1, 2)$
   B) $(1, -2)$
   C) $(5, 2)$
   D) $(-5, -2)$
   E) $(5, -2)$

2. El punto $A(-2, 1)$ se traslada de modo que se obtiene el punto $A'(4, -8)$. Entonces, el vector de traslación aplicado es

   A) $(-9, 6)$
   B) $(-6, 3)$
   C) $(-6, 9)$
   D) $(-2, -8)$
   E) $(6, -9)$

3. En la figura adjunta, el cuadrado que está a la izquierda del eje Y se traslada mediante un vector T, resultando el cuadrado de la derecha. ¿Cuáles son los componentes de T?

   A) $(6, 0)$
   B) $(7, -2)$
   C) $(8, 1)$
   D) $(9, -1)$
   E) Ninguno de los vectores anteriores.



4. Si al punto ($2a + 2$, 4) se le aplica un vector de traslación igual a (a, – 6), entonces se obtiene el punto (14, $5 – b$). El valor de ($a + b$) es

A) 11
B) 4
C) – 1
D) – 3
E) 7

5. El punto (– 3, 4) se traslada dos unidades a la derecha y seis unidades hacia abajo, obteniéndose el punto *P*. Para llevar el punto *P* hasta la posición (0, 2), se le debe trasladar

A) una unidad hacia la izquierda y dos unidades hacia abajo.
B) cinco unidades hacia la derecha y ocho unidades hacia abajo.
C) una unidad hacia la derecha y dos unidades hacia arriba.
D) nueve unidades hacia la derecha y cuatro unidades hacia abajo.
E) una unidad hacia la derecha y cuatro unidades hacia arriba.

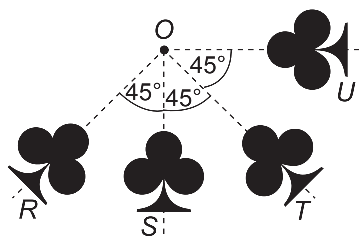
6. A un punto *P* se le aplica una traslación según el vector *T*, obteniéndose el punto *Q*. Es posible conocer las coordenadas del punto *Q*, si:

(1) El punto *P* está dos unidades a la derecha y cuatro unidades abajo respecto al origen del plano cartesiano.

(2) Al aplicar *T* al punto (2, 4), se obtiene el punto (1, – 2).

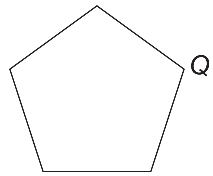
A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
E) Se requiere información adicional.

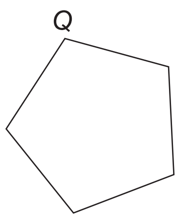
7. En la figura adjunta, hay cuatro tréboles *R*, *S*, *T* y *U*. Con respecto al punto *O*, es correcto afirmar que

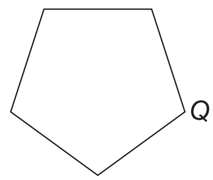


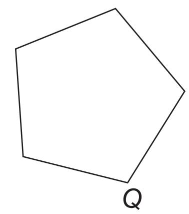
A) una rotación positiva de 45° a *U* lo transforma en *T*.
B) una rotación positiva de 45° a *S* lo transforma en *T*.
C) una rotación negativa de 45° a *S* lo transforma en *T*.
D) una rotación positiva de 90° a *R* lo transforma en *U*.
E) una rotación negativa de 90° a *S* lo transforma en *U*.

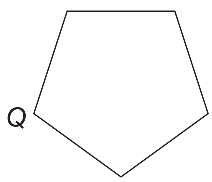
8. En la figura adjunta se muestra un pentágono regular. ¿Cuál de las siguientes opciones representa **mejor** el resultado de girar dicha figura en 180° respecto al vértice Q?



A) 

B) 

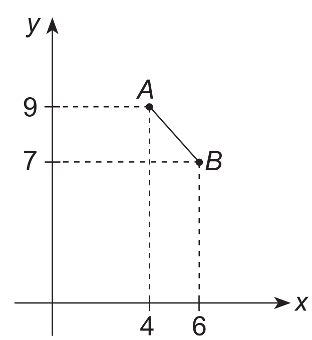
C) 

D) 

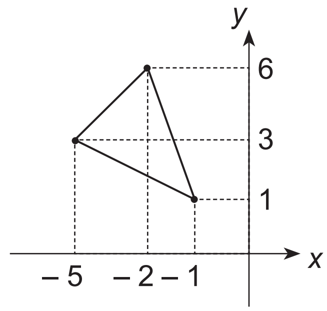
E) Ninguna de ellas.

9. En la figura adjunta, el segmento AB se rota en 90° con respecto al origen, transformándose en el segmento $A'B'$. Entonces, las coordenadas de los puntos A' y B' son, respectivamente

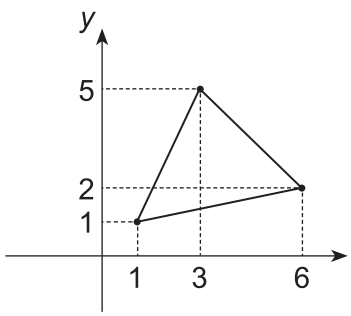
A) (9, 4) y (7, 6)
B) (9, – 4) y (7, – 6)
C) (– 4, 9) y (– 6, 7)
D) (– 7, 6) y (– 9, 4)
E) (– 9, 4) y (– 7, 6)



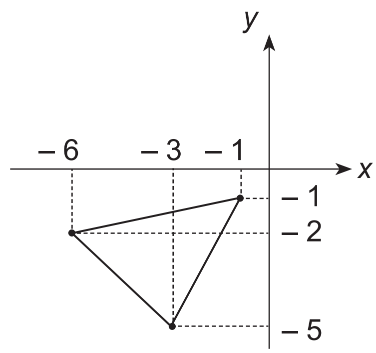
10. Dado el triángulo de la figura adjunta, ¿cuál de las siguientes opciones representa **mejor** el resultado obtenido al aplicarle una rotación de 270° respecto al origen?



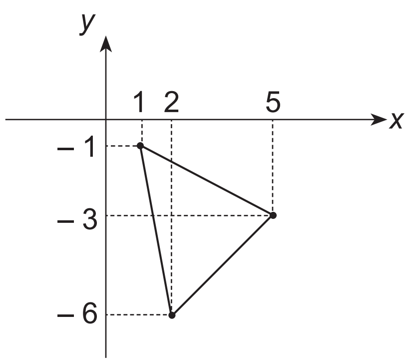
A)



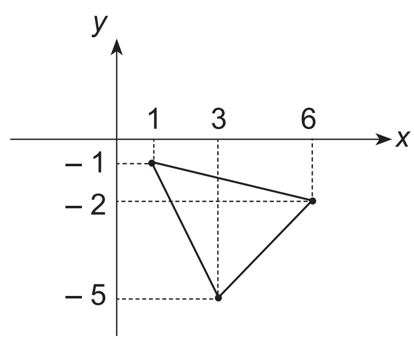
B)



C)



D)



E) Ninguna de ellas.

11. Se define la transformación isométrica *M* como una rotación de 45° en sentido antihorario con centro en el origen. ¿Cuál es la posición del punto (2, 3) al aplicarle 34 veces la transformación isométrica *M*?

A) (– 3, – 2)
B) (– 3, 2)
C) (2, 3)
D) (– 2, – 3)
E) (3, – 2)

12. Sea *A* un punto cualquiera del plano cartesiano. Si *A* se rota 68 veces en 20° respecto al origen, entonces el punto resultante es el mismo que se obtiene al rotar el punto *A* en

A) 80°
B) 160°
C) 200°
D) 280°
E) 320°

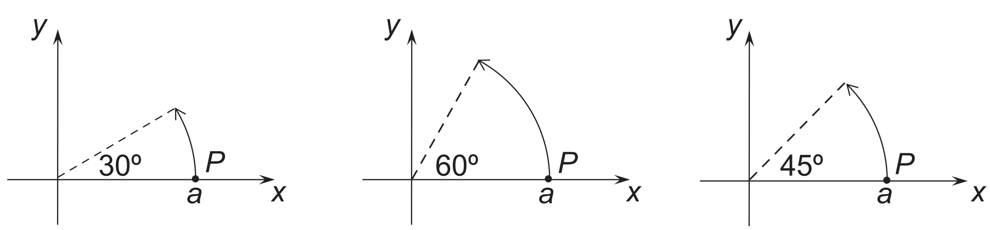
13. Sea *P* un punto del plano cartesiano. Se pueden determinar las coordenadas de *P*, si:

(1) Al aplicar a *P* una rotación de 90° se obtiene el mismo punto que cuando al punto (– 3, 5) se le aplica el vector de traslación (2, 1).
(2) Al aplicar a *P* una simetría central en torno al origen se obtiene el punto (– 6, – 1) .

A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
E) Se requiere información adicional.

Estrategia de síntesis

Un punto *P*(*a*, 0) se rota en torno al origen, en ángulos que no son múltiplos de 90°, como muestra la figura.



¿Cómo se pueden utilizar los elementos del triángulo equilátero, o del triángulo rectángulo isósceles, para encontrar las coordenadas del punto rotado?

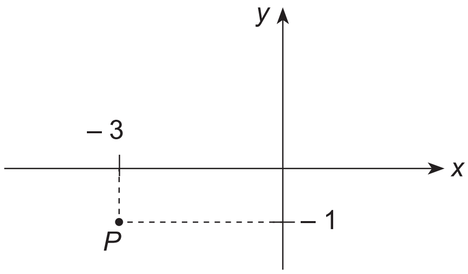
14. Sean $A(1, 3)$ y $B(5, 6)$ dos puntos en el plano cartesiano. Si al segmento AB se le aplica una simetría con respecto a la recta $y = 7$, del cual se obtiene el segmento $A'B'$, entonces el área del cuadrilátero $ABB'A'$, en unidades cuadradas, es

A) 12
B) 18
C) 20
D) 24
E) 36

15. Sean $A(-2, 3)$, $B(-2, 7)$ y $C(4, 5)$ los vértices de un triángulo en el plano cartesiano. Si al triángulo ABC se le aplica una simetría axial con respecto a la recta $x = 1$, ¿cuáles son, respectivamente, las coordenadas de la nueva posición del triángulo ABC?

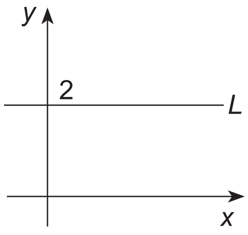
A) (3, 4), (7, 4) y (2, – 5)
B) (– 2, – 3), (– 2, – 7), (4, – 5)
C) (– 2, – 1), (– 2, – 5), (4, – 3)
D) (2, 3), (2, 7), (– 4, 5)
E) (4, 3), (4, 7), (– 2, 5)

16. En la figura adjunta, al punto P se le realiza una simetría axial respecto a la recta $x = -8$, obteniéndose el punto P'. Entonces, P' tiene por coordenadas



A) (– 13, – 1)
B) (– 8, – 1)
C) (– 3, – 1)
D) (5, – 1)
E) ninguno de los puntos anteriores.

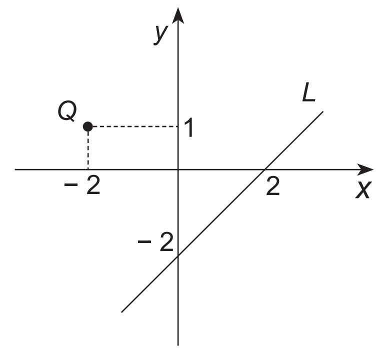
17. En la figura adjunta, la recta L es paralela al eje X. Entonces, el punto simétrico de (– 1, 5) con respecto a L es



A) (– 1, – 5)
B) (– 1, 2)
C) (– 1, 3)
D) (1, 5)
E) ninguno de los puntos anteriores.

18. En la figura adjunta, si al punto Q se le aplica una simetría con respecto a la recta L: $y = x - 2$, resulta el punto

A) (2, – 3)
B) (3, – 4)
C) (8, 1)
D) (6, – 5)
E) (– 2, 9)



19. Si el punto (4, – 7) es simétrico con el punto (4, 1) respecto a un eje de simetría L, que es paralelo al eje X, entonces ¿cuál es el punto simétrico de (– 2, – 5) al aplicarle una simetría respecto al eje L?

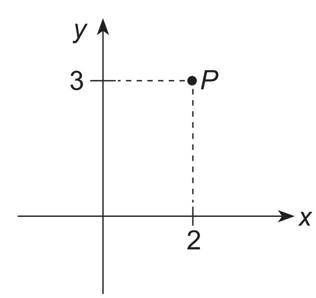
A) (– 2, – 1)
B) (– 2, 1)
C) (– 2, 5)
D) (– 2, 3)
E) Indeterminable con los datos dados.

20. En el plano cartesiano, al punto $A(p, q)$, con $p > 0$ y $q > 6$, se le aplica una simetría respecto a la recta de ecuación $y = q - 3$, obteniéndose un punto B. Si a un punto C se le aplica una simetría respecto al eje X y se obtiene el punto B, entonces las coordenadas de C son

A) $(p, 6 - q)$
B) $(- p, q - 3)$
C) $(p, q - 6)$
D) $(p, 3 - q)$
E) $(- p, q - 6)$

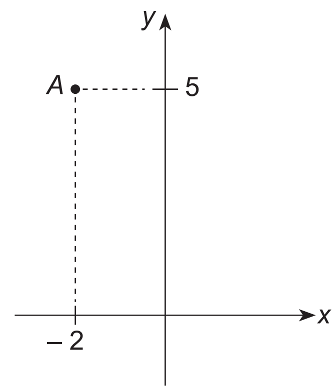
21. El punto P de la figura adjunta es trasladado mediante el vector (4, 5), obteniéndose P'. Si el punto simétrico de P' con respecto al eje X es P'', entonces ¿cuáles son las coordenadas de P''?

A) (– 6, 8)
B) (– 2, 2)
C) (2, – 2)
D) (6, – 8)
E) (7, – 7)



22. En la figura adjunta, A es rotado en 90° con respecto al origen y en sentido horario, y el resultado es trasladado mediante el vector (– 4, 2). ¿Cuáles son las coordenadas del punto resultante?

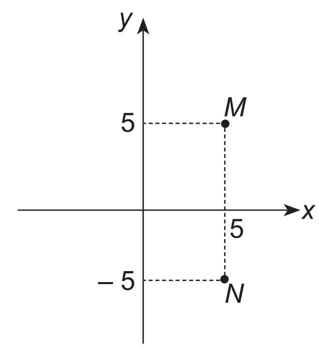
A) (– 9, 0)
B) (– 6, – 3)
C) (– 2, 7)
D) (1, 4)
E) (9, 0)



23. En la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes transformaciones isométricas se puede(n) aplicar para transformar el punto N en el punto M?

I) Una rotación positiva de 90° con centro en el origen.
II) Una simetría axial respecto al eje X.
III) Una traslación según el vector (0, 10).

A) Solo II
B) Solo I y II
C) Solo I y III
D) Solo II y III
E) I, II y III



24. Si al punto (a, – b), con ***a*** y ***b*** números reales positivos, se le aplica una simetría con respecto al eje Y y luego una rotación de 270° con centro en el origen, entonces se obtiene **siempre** el punto

A) (b, a)
B) (– b, a)
C) (– a, – b)
D) (b, – a)
E) (a, b)

25. Si el punto (– 5, 4) se transforma de tal forma que su ordenada disminuye dos unidades y su abscisa aumenta tres, y luego al punto resultante se le aplica una simetría central respecto al origen, entonces ¿cuáles son las coordenadas del punto finalmente obtenido?

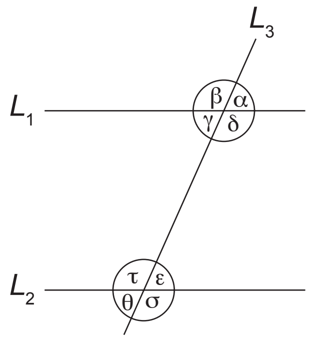
A) (2, 2)
B) (– 3, 2)
C) (2, – 2)
D) (7, – 7)
E) (3, – 2)

Torpedo Geometría

Este torpedo resume aquellos conceptos de Educación Básica necesarios para comprender los contenidos de este eje temático. Revísalo y estúdialo, ya que te podría ser de utilidad al momento de la ejercitación.

Ángulos

- Si dos ángulos suman 90º, entonces estos ángulos son complementarios.
- Si dos ángulos suman 180º, entonces estos ángulos son suplementarios.



Si L_1 y L_2 son rectas paralelas entre sí, y L_3 recta transversal, entonces se cumple que:

$$\alpha = \gamma = \varepsilon = \theta$$
$$\beta = \delta = \tau = \sigma$$

Polígonos

Número de diagonales desde un vértice:	Cantidad total de diagonales:	Suma de ángulos interiores:
$d = n - 3$	$D = \dfrac{n \cdot (n-3)}{2}$	$S = 180º \cdot (n - 2)$

Paralelogramos

	Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Romboide
Lados opuestos paralelos	✓	✓	✓	✓
Lados opuestos congruentes	✓	✓	✓	✓
Ángulos adyacentes suplementarios	✓	✓	✓	✓
Ángulos opuestos congruentes	✓	✓	✓	✓
Todos los lados congruentes	✓		✓	
Todos los ángulos congruentes	✓	✓		
Diagonales se dimidian	✓	✓	✓	✓
Diagonales perpendiculares	✓		✓	
Diagonales congruentes	✓	✓		
Diagonales bisectrices	✓		✓	

Área paralelógramo = base · altura

Área cuadrado/rombo = $\dfrac{\text{diagonal}_1 \cdot \text{diagonal}_2}{2}$

Trapecio: posee solo un par de lados paralelos llamados bases.

Mediana = $\dfrac{\text{base}_1 + \text{base}_2}{2}$

Área = altura · mediana

Trapezoide: no posee lados paralelos. Un caso particular es el deltoide, donde:

- Las diagonales son perpendiculares
- La diagonal que es base se dimidia
- La diagonal que no es base es bisectriz

Área = $\dfrac{\text{diagonal}_1 \cdot \text{diagonal}_2}{2}$

Triángulos

Elementos secundarios:

- **Altura:** segmento que parte desde un vértice y cae perpendicularmente en la recta que contiene al lado opuesto.
- **Bisectriz:** recta que divide a un ángulo en dos ángulos congruentes.
- **Simetral:** recta que pasa por el punto medio de un lado y es perpendicular a él.
- **Tranversal de gravedad:** segmento que une el vértice con el punto medio del lado opuesto.
- **Mediana:** segmento que une los puntos medios de dos lados.

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

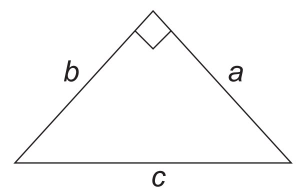
Triángulo equilátero

En un triángulo equilátero, la altura, bisectriz, simetral y transversal coinciden.

$$\text{Altura } (h) = \frac{\text{lado} \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Área triángulo equilátero} = \frac{\text{lado}^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Triángulo rectángulo

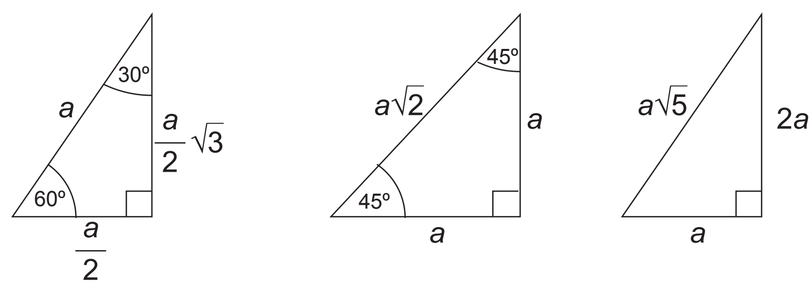


$$\text{Área triángulo rectángulo} = \frac{a \cdot b}{2}$$

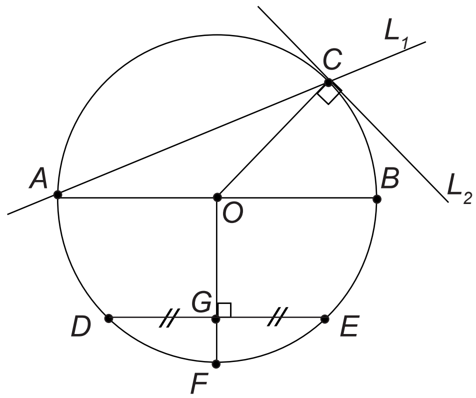
Teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$

Tríos pitagóricos: {3, 4, 5}, {5, 12, 13}, {8, 15, 17}

Relaciones métricas



Generalidades de la circunferencia



Circunferencia de centro O

$\overline{OC}$ y $\overline{OF}$	Radios
$\overline{AB}$	Diámetro
$\overline{DE}$	Cuerda
L_1	Recta secante
L_2	Recta tangente en C

Área = πr^2 Área sector circular $\dfrac{\alpha \cdot \pi r^2}{360°}$

Perímetro = $2\pi r$ Longitud arco $\dfrac{\alpha \cdot 2\pi r}{360°}$

donde $\boldsymbol{r}$ es el radio de la circunferencia y α el ángulo del centro.

Recordar que π siempre se trabaja de manera expresada, a menos que se indique una aproximación de este número en el ejercicio.

Tabla de corrección

Ítem	Clave	Habilidad	Dificultad estimada
1		Comprensión	Media
2		Aplicación	Fácil
3		Aplicación	Media
4		Aplicación	Media
5		Aplicación	Fácil
6		ASE	Media
7		Comprensión	Media
8		Comprensión	Fácil
9		Aplicación	Media
10		Aplicación	Media
11		Aplicación	Media
12		ASE	Fácil
13		ASE	Media
14		Comprensión	Fácil
15		Comprensión	Media
16		Aplicación	Media
17		Aplicación	Media
18		Aplicación	Difícil
19		Aplicación	Media
20		ASE	Difícil
21		Aplicación	Media
22		Aplicación	Media
23		Aplicación	Fácil
24		Aplicación	Fácil
25		ASE	Media

Mis apuntes

Han colaborado en esta edición:

Dirección Académica
Carolina Rojas Parraguez

Coordinación de Recursos Didácticos
y Corrección Idiomática
Karla Delgado Briones

Equipo de Currículum y Evaluación
Jennyfer Araneda Muñoz
Cristóbal Lagos Alarcón

Coordinación de Diseño y Diagramación
Elizabeth Rojas Alarcón

Equipo de Diseño y Diagramación
Cynthia Ahumada Pérez
Vania Muñoz Díaz
Fernanda Fuentes Fernández
Tania Muñoz Romero

Imágenes
Banco Archivo Cpech