

Queridos estudiantes, lee con atención antes de desarrollar, ante cualquier duda no olvides que puedes realizarla al correo marian.manriquez@colegiomagister.cl y te contestaré a la brevedad. Recuerda NO es necesario imprimir la guía, puedes desarrollarla en tu cuaderno, no olvides de realizar paso a paso para su posterior revisión. La guía debe ser enviada a la brevedad si la contingencia lo permite, para eso organiza bien tus tiempos en la medida que la contingencia te lo permita. Cariños

GUÍA N° 4 “DESIGUALDADES”

En matemática la desigualdad es una proposición de relación de orden existente entre dos expresiones algebraicas conectadas a través de los signos:

- Mayor que $>$
- Menor que $<$
- Menor o igual que \leq
- Mayor o igual que \geq

Y ustedes han usado las desigualdades para representar conjuntos por comprensión:	
---	--

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

- Tres amigos, Bruno (B), Gustavo (G) y Tomás (T), tienen música en sus celulares. Gustavo tiene menos canciones que Bruno y Tomás tiene más canciones que Bruno. ¿Quién tiene más canciones en su celular: Tomás o Gustavo?, ¿cómo lo supiste?

Gustavo tiene menos canciones que Bruno.	$G < B$
Tomás tiene más canciones que Bruno.	$B < T$
Finalmente, podemos concluir que $g < t$, es decir, Gustavo tiene menos canciones que Tomás, o bien, Tomás tiene más canciones que Gustavo. La propiedad anterior se denomina transitividad .	$G < B < T$ $G < T$

Ahora, si Tomás agrega 5 canciones más a su colección y Gustavo también agrega 5 canciones a su colección, ¿seguirá Tomás teniendo más canciones que Gustavo?

La respuesta es correcta, ya que ambos agregaron la misma cantidad de canciones, por lo tanto, Tomás seguirá teniendo más. Lo mismo ocurriría si ambos jóvenes eliminaran la misma cantidad de canciones. Por lo tanto, **si a ambos lados de una desigualdad se suma o resta un mismo número, la desigualdad se mantiene**. Ejemplo:

$$\begin{array}{l}
 3 < 7 \text{ ----- } \bullet \text{ Sumamos 5 a cada lado de la desigualdad.} \\
 3 + 5 ? 7 + 5 \text{ ----- } \bullet \text{ Calculamos las sumas y verificamos el signo de la desigualdad.} \\
 8 < 12
 \end{array}$$

Si te fijas, pese a sumar 5 a ambos lados de la desigualdad, el sentido de ésta no cambió. En el caso de la sustracción ocurre algo similar:

$$\begin{array}{l}
 3 < 7 \text{ ----- } \bullet \text{ Restamos 6 a cada lado de la desigualdad.} \\
 3 - 6 ? 7 - 6 \text{ ----- } \bullet \text{ Calculamos las restas y verificamos el signo de la desigualdad.} \\
 -3 < 1
 \end{array}$$

Ya vimos lo que ocurre si sumamos o restamos un número real a ambos lados de la desigualdad. Pero, ¿qué crees que sucede si multiplicamos o dividimos una desigualdad por un número real?

Para responder la pregunta anterior debemos considerar si multiplicamos la desigualdad por un número real positivo o negativo; por ejemplo, observa lo que sucede si multiplicamos **por un número real positivo**:

$$\begin{array}{l}
 4 < 6 \text{ ----- } \bullet \text{ Multiplicamos por } 5. \\
 4 \cdot 5 > 6 \cdot 5 \text{ ----- } \bullet \text{ Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.} \\
 20 < 30
 \end{array}$$

Si te fijas, el sentido de la desigualdad no cambia si multiplicamos ambos lados por un número real positivo. En el caso de la división sucede lo mismo, por ejemplo:

$$\begin{array}{l}
 36 > 24 \text{ ----- } \bullet \text{ Dividimos por } 12. \\
 \frac{36}{12} > \frac{24}{12} \text{ ----- } \bullet \text{ Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.} \\
 3 > 2
 \end{array}$$

Ahora veamos qué ocurre si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por **un número negativo**. Observa

$$\begin{array}{l}
 2 < 4 \text{ ----- } \bullet \text{ Multiplicamos por } -3. \\
 2 \cdot (-3) > 4 \cdot (-3) \text{ ----- } \bullet \text{ Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.} \\
 -6 > -12
 \end{array}$$

En el caso anterior, ocurrió que al multiplicar ambos lados de la desigualdad por un número negativo el sentido de la desigualdad cambió. En la división sucede algo similar, es decir, si ambos lados de una desigualdad se divide por un número negativo, el sentido de la desigualdad cambia, por ejemplo

$$\begin{array}{l}
 -20 < 28 \text{ ----- } \bullet \text{ Dividimos por } -4. \\
 \frac{-20}{-4} > \frac{28}{-4} \text{ ----- } \bullet \text{ Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.} \\
 5 > -7
 \end{array}$$

En general si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por un mismo número real negativo, el sentido de esta se invierte.

Ejercicio propuesto

¿Cómo hacerlo?

Sea a un número positivo comprendido entre 0 y 1, es decir, $0 < a < 1$. ¿Entre qué valores se encuentra la expresión $1 - a$?

Partimos por la condición inicial:

$$0 < a < 1 \text{ ----- } \bullet \text{ Multiplicamos por } -1, \text{ por lo que las desigualdades se invierten.}$$

$$0 > -a > -1 \text{ ----- } \bullet \text{ Sumamos } 1.$$

$$1 > 1 - a > 0$$

Si reescribimos la desigualdad en el otro orden, tenemos $0 < 1 - a < 1$. Luego, si a es un número positivo menor que 1, entonces la expresión $1 - a$ se encuentra entre 0 y 1.

ACTIVIDADES

- 1) Si un número varía entre -6 y 8 , ¿entre que valores varia su opuesto, disminuido en 9?
- 2) Si un número se encuentra entre 10 y 20, ¿entre que valores se hallara el cuádruple de tal número, disminuido en 6?
- 3) Sea x un número positivo tal que $0 < x < 3$. ¿Entre que valores se encuentra la expresión $1 - 3x$?
- 4) Si el lado de un cuadrado varía entre 4 cm y 8 cm, ¿entre que valores varia su perímetro?, ¿y su área aumentada en 2?

5) Lee las siguientes afirmaciones y, luego, responde. Determina si las afirmaciones son verdaderas o falsas.



La edad de Silvia no es menor que la de Roxanna ni que la de Paulina.



La edad de Roxanna es mayor que la de Maribel.



La edad de Cecilia no es menor que la de Silvia.

- a. La edad de Cecilia es menor que la de Maribel.
 - b. La edad de Cecilia no es mayor que la de Roxanna.
 - c. La edad de Maribel no es mayor que la de Silvia.
- 6) Determina si las siguientes desigualdades y oraciones son verdaderas o falsas. Justifica las falsas.
- a) $2 \cdot 7 > (2 + 1) \cdot (7 - 1)$
 - b) $3^2 > 2^3$
 - c) $4^2 > 4 \cdot 3$
 - d) $(10 + 4)(10 - 4) \leq 10^2 - 4^2$
 - e) $(5 + 6)^2 > 5^2 + 6^2$
 - f) $\sqrt[3]{18} < \sqrt{10}$
 - g) $(-4)^2 \leq (-4)^3$
 - h) $\frac{3+11}{11} \leq \frac{1+22}{11}$
 - i) $3 - \frac{2}{5} \geq 3 - \frac{5}{2}$
 - j) $\frac{1+4}{7} \leq 1 + \frac{4}{7}$
 - k) El sentido de una desigualdad se invierte si se suma o resta un mismo número real negativo en ambos lados de la desigualdad.
 - l) El sentido de una desigualdad se invierte si se multiplica o divide por un mismo número real negativo a ambos miembros de la desigualdad.
- 7) Expresa la información de las siguientes situaciones utilizando desigualdades.
- a) Solo podrán asistir las personas cuya edad no sea inferior a 21 años.
 - b) Si el nivel de intensidad sonora (NIS) de un sonido es superior a 50 dB, puede provocar daños en el oído.
 - c) Las frecuencias audibles por el ser humano son aquellas que fluctúan entre 20 Hz y 20 000 Hz.
 - d) El precio del dólar se mantiene bajo los \$ 500, pero nunca es inferior a \$ 450.
 - e) p está entre -2 y 6, ambos números inclusive.
 - f) k es un número positivo inferior a 10.
 - g) b no excede a 5.
 - h) q es un número negativo que excede o es igual a -12.